

第1讲因式分解基本解法（一）（练习）

一、因式分解

练习

1. 下列各式从左到右的变形是因式分解的是（ ）.

A. $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$

B. $x^2 + 3x - 4 = x(x + 3) - 4$

C. $m(a + b) = ma + mb$

D. $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$

【答案】A

【解析】只有A是因式分解，其余都不是.

【标注】【知识点】判断因式分解结果是否正确

2. 下列四个等式从左到右的变形，是多项式因式分解的是（ ）.

A. $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 9$

B. $x^2 + x - 5 = x(x + 1) - 5$

C. $x^2 + x = x\left(x + \frac{1}{x}\right)$

D. $a^2b + ab^2 = ab(a + b)$

【答案】D

【解析】A、是整式的乘法，故A错误；

B、没把一个多项式化为几个整式的积的形式，故B错误；

C、等式左右两边不等，因式分解错误，故C错误；

D、把一个多项式化为几个整式的积的形式，故D正确.

【标注】【知识点】判断是否可以因式分解

二、提公因式法

练习

3. 多项式 $4a^3bc + 8a^2b^2c^2$ 各项的公因式是 _____ .

【答案】 $4a^2bc$

【解析】 多项式 $4a^3bc + 8a^2b^2c^2$ 各项的公因式是 $4a^2bc$.

【标注】 【知识点】 公因式

4. 若多项式 $-2x^3 - 4x^4$ 的公因式是 M , 则 M 等于 () .

A. $2x^2$

B. $-2x^2$

C. $-2x^3$

D. $-2x^4$

【答案】 C

【解析】 $-2x^3 - 4x^4 = -2x^3(1 + 2x)$, 故选C .

【标注】 【知识点】 公因式

5. 多项式 $5mx^3 + 25mx^2 - 10mxy$ 各项的公因式是 ()

A. $5mx^2$

B. $5mxy$

C. mx

D. $5mx$

【答案】 D

【解析】 公因式是系数的最大公约数与相同字母的最低次幂的积 . 故它各项的公因式为 $5mx$.

【标注】 【知识点】 公因式

6. 多项式 $2a^2b^3 + 6ab^2 + 4ab^2c$ 各项的公因式是 _____ .

【答案】 $2ab^2$

【解析】 多项式 $2a^2b^3 + 6ab^2 + 4ab^2c$ 各项的公因式是 $2ab^2$.

故答案为 : $2ab^2$.

【标注】 【知识点】 公因式

【思想】 整体思想

【能力】 分析和解决问题能力

练习

7. 分解因式 : $m^2 + 2m =$ _____ .

【答案】 $m(m+2)$

【解析】 原式 = $m(m+2)$.

【标注】 【知识点】 利用提公因式法因式分解

8. 分解因式： $ab - ac =$ _____ .

【答案】 $a(b - c)$

【解析】 提公因式 a ，即 $ab - ac = a(b - c)$.

【标注】 【知识点】 利用提公因式法因式分解

9. 因式分解 $3xy - 6y =$ _____ .

【答案】 $3y(x - 2)$

【解析】 $3xy - 6y = 3y(x - 2)$,
故答案为： $3y(x - 2)$.

【标注】 【知识点】 利用提公因式法因式分解

10. 把多项式 $ax^2 + 2a^2x$ 分解因式的结果是 _____ .

【答案】 $ax(x + 2a)$

【解析】 将 $ax^2 + 2a^2x$ 分解因式得 $ax(x + 2a)$.
故答案为： $ax(x + 2a)$.

【标注】 【知识点】 提公因式法

【能力】 运算能力

11. 用提取公因式法做因式分解 .

(1) $3x + 6y + 12z$.

(2) $-2x - 6y + 12z$.

(3) $-\frac{1}{2}x - 6y + 12$.

(4) $ax + ay - az$.

(5) $2ax + 2axy - 4axz$.

【答案】 (1) $3(x + 2y + 4z)$.

(2) $-2(x + 3y - 6z)$.

(3) $-\frac{1}{2}(x + 12y - 24)$.

(4) $a(x + y - z)$.

(5) $2ax(1 + y - 2z)$.

【标注】【知识点】提公因式法

【能力】运算能力

12. 分解因式： $-3ma^3 + 6ma^2 - 12ma$.

【答案】 $-3ma(a^2 - 2a + 4)$.

【解析】 原式 = $-3ma(a^2 - 2a + 4)$.

【标注】【知识点】利用提公因式法因式分解

练习

13. 分解因式： $2a(b + c) - 3(b + c) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(b + c)(2a - 3)$

【解析】 原式 = $(b + c)(2a - 3)$.

【标注】【知识点】利用提公因式法因式分解

14. 因式分解： $p(x - y) - q(x - y)$.

【答案】 $(p - q)(x - y)$.

【解析】 $p(x - y) - q(x - y) = (p - q)(x - y)$.

【标注】【题型】题型：提公因式法

15. 分解因式： $m(x - 2y) - n(2y - x) = (x - 2y) (\quad)$.

【答案】 $m + n$

【标注】 【知识点】 提公因式法

16. 因式分解： $6(p - q)^3 - 12(q - p)^2$.

【答案】 $6(p - q)^2(p - q - 2)$

【解析】 $6(p - q)^3 - 12(q - p)^2 = 6(p - q)^2(p - q - 2)$.

【标注】 【知识点】 利用提公因式法因式分解

17. 分解因式： $m^2(a - 2) + m(2 - a)$.

【答案】 $m(m - 1)(a - 2)$.

【解析】 原式 $= m^2(a - 2) - m(a - 2)$
 $= (m^2 - m)(a - 2)$
 $= m(m - 1)(a - 2)$.

【标注】 【知识点】 利用提公因式法因式分解

18. 因式分解： $2x(x - 2y)^2 - 6x^2(2y - x)$.

【答案】 $4x(x - 2y)(2x - y)$.

【解析】 原式 $= 2x(x - 2y)(x - 2y + 3x)$
 $= 2x(x - 2y)(4x - 2y)$
 $= 4x(x - 2y)(2x - y)$.

【标注】 【知识点】 提公因式法

三、公式法

练习

19. 下列各式中，不能用平方差公式分解因式的是（ ）。

A. $x^2 - y^2$

B. $-x^2 + y^2$

C. $4x^2y^2 - 1$

D. $-x^2 - y^2$

【答案】D

【解析】A. $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ ；

B. $-x^2 + y^2 = (y + x)(y - x)$ ；

C. $4x^2y^2 - 1 = (2xy + 1)(2xy - 1)$ ；

D. $-x^2 - y^2$ 不能用平方差公式分解因式。

故选D。

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

20. 下列各式能用平方差公式分解因式的有（ ）。

① $x^2 + y^2$ ；② $x^2 - y^2$ ；③ $-x^2 - y^2$ ；④ $-x^2 + y^2$ ；⑤ $-x^2 + 2xy - y^2$ 。

A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

【答案】C

【解析】①不可以分解。

②可利用平方差公式分解为 $(x + y)(x - y)$ 。

③原式 $= -(x^2 + y^2)$ ，不可以分解。

④原式 $= -(x^2 - y^2) = -(x + y)(x - y)$ ，是利用平方差公式分解的。

⑤利用完全平方公式分解为 $-(x - y)^2$ 。

②④符合题意，故选C。

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

21. 分解因式： $x^2 - 9 =$ _____。

【答案】 $(x + 3)(x - 3)$

【解析】 $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ 。

故答案为： $(x + 3)(x - 3)$ 。

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

22. 分解因式： $(x-1)^2-9$.

【答案】 $(x-4)(x+2)$

【解析】 原式= $(x-1-3)(x-1+3)=(x-4)(x+2)$.

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

23. 利用分解因式计算： $25x^2-4y^2=$ _____ .

【答案】 $(5x+2y)(5x-2y)$

【解析】 $25x^2-4y^2=(5x+2y)(5x-2y)$.

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

24. 分解因式： $1-16m^2=$ _____ .

【答案】 $(1+4m)(1-4m)$

【解析】 $1-16m^2=(1+4m)(1-4m)$.

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

25. 分解因式：

$$(1)(2x+y)^2-(x+2y)^2.$$

【答案】 $(1)3(x+y)(x-y)$.

【解析】 (1) 原式= $(2x+y+x+2y)(2x+y-x-2y)=3(x+y)(x-y)$.

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

26. 因式分解 .

$$(1)(3m-2n)^2-(m+4n)^2.$$

【答案】 $(1)4(2m+n)(m-3n)$.

【解析】(1) $(3m - 2n)^2 - (m + 4n)^2$
 $= 9m^2 - 12mn + 4n^2 - m^2 - 8mn - 16n^2$
 $= 8m^2 - 20mn - 12n^2$
 $= 4(2m^2 - 5mn - 3n^2)$
 $= 4(2m + n)(m - 3n).$

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

练习

27. 分解因式： $m^3 - m = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $m(m + 1)(m - 1)$

【解析】先提公因式，再利用平方差完成因式分解，即

$$m^3 - m = m(m^2 - 1) = m(m + 1)(m - 1).$$

【标注】【知识点】提公因式+平方差

28. 把下列各式因式分解.

(1) $4a^2 - 16.$

【答案】(1) $4(a + 2)(a - 2).$

【解析】(1) $4a^2 - 16$
 $= 4(a^2 - 4)$
 $= 4(a + 2)(a - 2).$

【标注】【知识点】提公因式+平方差

29. 因式分解：

(1) $a(m - 2) + b(2 - m).$

【答案】(1) $(m - 2)(a - b).$

【解析】(1) $a(m - 2) + b(2 - m) = (m - 2)(a - b).$

【标注】【知识点】提公因式法

【知识点】利用平方差公式因式分解

30. 分解因式：

$$(1) a^2(x-y) + 4(y-x).$$

【答案】 $(1)(x-y)(a+2)(a-2).$

【解析】
$$\begin{aligned}(1) a^2(x-y) + 4(y-x) \\&= (x-y)(a^2-4) \\&= (x-y)(a+2)(a-2).\end{aligned}$$

【标注】【知识点】提公因式+平方差

练习

31. 下列各式中，能用完全平方公式进行因式分解的是（ ）。

A. $x^2 - 2x - 2$ B. $x^2 + 1$ C. $x^2 - 4x + 4$ D. $x^2 + 4x + 1$

【答案】C

【解析】 $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2.$

【标注】【知识点】利用完全平方公式因式分解

32. 下列各式中，不能用完全平方公式分解因式的个数为（ ）。

① $x^2 - 10x + 25$ ；② $4a^2 + 4a - 1$ ；③ $x^2 - 2x - 1$ ；④ $m^2 - m + \frac{1}{4}$ ；⑤ $4x^4 - x^2 + \frac{1}{4}$ 。
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】C

【解析】① $x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$ ，可用完全平方公式；
② $4a^2 + 4a - 1 = (2a+1)^2 - 2$ ，不可用完全平方公式；
③ $x^2 - 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 - 2 = (x-1)^2 - 2$ ，不可用完全平方公式；
④ $m^2 - m + \frac{1}{4} = m^2 - m + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2$ ，可用完全平方公式；
⑤ $4x^4 - x^2 + \frac{1}{4} \neq (2x^2)^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4}$ ，故不可用完全平方公式。
其中②③⑤不可用完全平方公式。

故选C .

【标注】【知识点】利用完全平方公式因式分解

33. 分解因式 $4x^2 - 4x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $(2x - 1)^2$

【解析】 $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$.

【标注】【知识点】利用完全平方公式因式分解

34. 分解因式： $9a^2 - 24a + 16$.

【答案】 $(3a - 4)^2$.

【解析】 原式 $= (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 4 + 4^2$
 $= (3a - 4)^2$.

【标注】【知识点】利用完全平方公式因式分解

35. 因式分解 .

(1) $a^2 - 4(a - 1)$.

【答案】 (1) $(a - 2)^2$.

【解析】 (1) $a^2 - 4(a - 1)$
 $= a^2 - 4a + 4$
 $= (a - 2)^2$.

【标注】【知识点】提公因式+平方差

36. 把下列多项式因式分解 .

(1) $(a - 1)(a + 3) + 4$.

【答案】 (1) $(a + 1)^2$.

【解析】 (1) $(a - 1)(a + 3) + 4$

$$\begin{aligned}
 &= a^2 + 2a - 3 + 4 \\
 &= a^2 + 2a + 1 \\
 &= (a + 1)^2 .
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】重组重解

练习

37. 把代数式 $ax^2 - 4ax + 4a$ 分解因式，下列结果中正确的是（ ）。

- A. $a(x - 2)^2$ B. $a(x + 2)^2$ C. $a(x - 4)^2$ D. $a(x + 2)(x - 2)$

【答案】A

【解析】 $ax^2 - 4ax + 4a = a(x^2 - 4x + 4) = a(x - 2)^2$ 。

【标注】【知识点】提公因式+完全平方

38. 把多项式 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$ 分解因式，结果正确的是（ ）。

- A. $x(3x + y)(x - 3y)$ B. $3x(x^2 - 2xy + y^2)$ C. $x(3x - y)^2$ D. $3x(x - y)^2$

【答案】D

【解析】 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$ ，
 $= 3x(x^2 - 2xy + y^2)$ ，
 $= 3x(x - y)^2$ 。

【标注】【知识点】提公因式+完全平方

39. 分解因式：

(1) $x^3y - 2x^2y^2 + xy^3$ 。

【答案】(1) $xy \cdot (x - y)^2$ 。

【解析】(1) 原式 $= xy \cdot (x^2 - 2xy + y^2)$
 $= xy \cdot (x - y)^2$ 。

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

40. 因式分解： $(2x+y)^3 - 2(2x+y)^2 + (2x+y)$.

【答案】 $(2x+y)(2x+y-1)$

【标注】【知识点】提公因式法

练习

41. $(m^2 + n^2)^2 - 4m^2n^2$

【答案】 $(m+n)^2(m-n)^2$

【解析】 略

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

42. 因式分解： $(a^2 + b^2 - 4)^2 - 4a^2b^2$.

【答案】 $(a+b+2)(a+b-2)(a-b+2)(a-b-2)$.

【解析】 原式 $= (a^2 + b^2 - 4 + 2ab)(a^2 + b^2 - 4 - 2ab)$
 $= [(a+b)^2 - 4][(a-b)^2 - 4]$
 $= (a+b+2)(a+b-2)(a-b+2)(a-b-2)$.

【标注】【知识点】利用平方差公式因式分解

43. 分解因式： $(x^2 - 1)^2 + 6(1 - x^2) + 9$.

【答案】 $(x-2)^2(x+2)^2$

【解析】 原式 $= (x^2 - 1 - 3)^2 = (x^2 - 4)^2 = (x-2)^2(x+2)^2$.

【标注】【知识点】利用完全平方公式因式分解

44. 分解因式：

(1) $(m^2 + 1)^2 - 4(m^2 + 1) + 4$.

【答案】 (1) $(m+1)^2(m-1)^2$.

【解析】 (1) $(m^2 + 1)^2 - 4(m^2 + 1) + 4$
 $= [(m^2 + 1) - 2]^2$
 $= (m^2 - 1)^2$
 $= (m + 1)^2(m - 1)^2 .$

【标注】【知识点】提公因式+平方差